

## Web Appendix 9.4 金利の期間構造

【9.4.3節, p.195】

### A9.4.1 金利の期間構造

9.4.3節で紹介した裁定理論の1つの例であり、また重要な理論として、金利の期間構造に関する理論を紹介しておきましょう。金利の期間構造とは、同じ借手が発行した同質の証券で、返済までの期間（残存期間）だけが異なるものの間の金利の関係を表します。<sup>1</sup>

説明を簡単にするために、返済のリスクは存在しないものとし、また取引に必要な費用はゼロだとしましょう。ある借手（たとえば国）が割引債を複数発行していたとします。各債券は同質ですが、今から1年間の残存期間を持つものからn年間の残存期間を持つものまでn種類あるとします。そして、残存期間t年の債券の1年あたりの収益率は、 $\rho_t$  ( $t=1, \dots, n$ ) だとしましょう。さらに、この債券を買わずに別の形で1年間資金を運用したときには、ある一定の短期金利（=収益率）が得られるものとします。その短期金利は年によって異なりますが、t年 ( $t=1, \dots, n$ ) において1年間運用したときの短期金利は $r_t$ として表され、その値は今の時点ですでにわかっているものとしましょう。

この設定のもとで、次のような裁定が働くことはすぐにわかります。

$$1 + \rho_1 = 1 + r_1 \quad (9.5A)$$

残存期間1年の割引債を買っても、別の形で運用しても、今から1年間資金を運用するという点では同じです。もし(9.5A)式が成り立っていなければ、一方で運用する方が他方で運用するよりも儲かる、つまり裁定機会が存在することになってしまいます。次に、2年間資金を運用する場合を考えると、同様に

$$(1 + \rho_2)^2 = (1 + r_1) \times (1 + r_2)$$

となります。つまり、裁定が働いている限り、年率 $\rho_2$ で2回（2年間）運用する債券は、

1年目に短期金利 $r_1$ で運用し、得られた資金をさらに2年目に $r_2$ の金利で運用したのと同じ結果になります。

以上を一般化すると、さらに長い期間では、

$$(1 + \rho_2)^n = (1 + r_1) \times (1 + r_2) \times \dots \times (1 + r_n) \quad (9.6A)$$

となります。この式の左辺は、残存期間n年の割引債に投資することで長期の資金運用を行った場合に得られる、1円あたりの収益です。これに対して右辺は、1年ごとに短期運用を繰り返していくときの収益を表しています。返済のリスクがない状況では、裁定によって両

---

<sup>1</sup> 期間構造の理論では価格ではなく収益率（利回り）の裁定関係を考えますが、価格と収益率は一方が決まれば他方も決まるという関係にありますので（2.1.3節参照）、どちらで考えても大きな違いはありません。

者は一致するはずであり、その状態を表したのが(9.6A)式です。

各短期金利が十分小さい場合には、(9.6A)式は数学的には次のように書き換えることができます。

$$\rho = (r_1 + r_2 + \dots + r_n) / n \quad (9.7A)$$

この式が、裁定をベースにした金利の期間構造の基本となる式です。この(9.7A)式は、長期運用を行う場合の年率の収益率が、同じ期間短期運用を繰り返す場合の各期の短期金利の平均と等しくなることを意味しています。期間だけが異なる証券の収益率について、裁定によってその関係（金利の期間構造）が(9.7A)式のように決まると考えるの理論は、とくに金利の期間構造に関する**期待理論**と呼ばれます。長期運用の収益率は裁定によって長期金利とも等しくなっているはずですから、期待理論は長期金利が短期金利の平均と等しくなることを示す理論でもあります。

ただし、期待理論は裁定に費用がかからず、返済のリスクがなく、また投資家が将来の短期金利を正しく予想できる、という極端なケースにおいて成り立つ理論です。現実にはこうした条件は満たされていないでしょうから、期待理論の予想どおりに長期金利と短期金利の関係が決まっているとは考えにくいでしょう。期待理論が成立しない極端なケースとしては、長期金利と短期金利との間でまったく裁定が行われず、長短の金利には全く関係がないと考える**市場分断仮説**という理論もあります。しかし、市場分断仮説の想定も期待理論と同様に極端すぎます。現実はこの2つの理論の間にあると考えるのが自然でしょう。

#### A9. 4. 2 イールドカーブと期待理論

————— **図 A9-4-1 利回り曲線** をこのあたりに挿入 : —————

金利の期間構造は、イールドカーブと呼ばれる図を用いて表されることもあります。**イールドカーブ (利回り曲線)**とも呼ばれます)とは、横軸に債券の残存期間(上記の  $t$ )を取り、縦軸には債券の収益率 ( $\rho_t$ ) を取って、両者の関係、つまり残存期間の異なる同質の債券の利回りの関係を表す図です (**図 A9-4-1**)。実際のデータを使ってイールドカーブを書くのも意外に簡単です。たとえば国は残存期間の異なるさまざまな債券を発行しており、その収益率は新聞などにも載っています。

そうして描かれた曲線の形について、金利の期間構造に関する期待理論は非常に明快な関係を予想します。期待理論が成立していれば、各債券の収益率は(9.7A)式で表されますから、将来予想される短期金利 ( $r_1, r_2, \dots, r_n$ ) がわかれば期待理論に基づく利回り  $\rho_t$  の理論値が求まります。(9.7A)式からは、もし今後短期金利が上がっていくことが予想される ( $r_1 < r_2 < \dots < r_n$ ) なら  $\rho_1 < \rho_2 < \dots < \rho_n$  となることがわかります。つまり短期金利の上昇局面

では、利回り曲線は図 A9-4-1 のケース(a)のように右上がりになります。逆に、短期金利が下がっていくことが予想されれば ( $r_1 > r_2 > \dots > r_n$ ),  $\rho_1 > \rho_2 > \dots > \rho_n$  となりますから、利回り曲線は図 A9-4-1 のケース(b)のように右下がりになります。ケース(c)は短期金利が一定のケースです。

現実には、 $t=2$  以降の短期金利  $r_t$  は将来時点になってみなければ分かりません。しかし、残存期間  $t$  の債券の利回り  $\rho_t$  は  $t=2$  以降であっても分かります。すると、 $\rho_t$  のデータを使ってイールドカーブを描けば、将来の短期金利がどう動くのか予想できることとなります。ケース(a)のように右上がりの利回り曲線は順イールド、ケース(b)のように右下がりの利回り曲線は逆イールドと呼ばれます。順イールドは将来の金利上昇、逆イールドは将来の金利下落が予想されていることとなります。