

Web Appendix 13.3 満期とバブル

【13.4.2節, p.308 参照】

ある時点 T に満期を迎える債券を考えてみましょう（時点 T 以降配当がずっとゼロになることが確実な株式、としても以下の議論は同じです）。この債券の所有者には T 期まで毎期利払い R が行われ、 T 期には元本 X が返済されるものとします。すると、 T 期までは $D_t = R$ 、 T 期には $D_T = X + R$ 、その後は $D_{T+1} = D_{T+2} = \dots = 0$ 、と表すことができますから、この債券についても、13.2.2節のモデルをそのまま用いることができます。

さて、この債券には T 期以降のキャッシュフローがありませんから、 T 期以降の価値はゼロです。このため投資家が合理的であれば、 T 期以降の債券価格はゼロになるはず（つまり $P_T = P_{T+1} = P_{T+2} = \dots = 0$ ）。すると、 $T-1$ 期では

$$P_{T-1} = \frac{D_T + P_T}{1+r} = \frac{D_T}{1+r}$$

となります。同様に、 $T-2$ 期では

$$P_{T-2} = \frac{D_{T-1} + P_{T-1}}{1+r} = \frac{D_{T-1}}{1+r} + \frac{D_T}{(1+r)^2}$$

となります。このように繰り返し代入していけば、結局時点 t では期間は異なるものの(13.1)式と同じ式が得られます。つまり債券価格はファンダメンタルズに一致するのです。この結果は、ある時点から先には価値が無い、と分かっている証券には合理的バブルは発生し得ないことを意味しています。

以上とは異なり、バブルが発生する状況を示したのが本文の(13.4)式です。本文で触れたように、バブルが存在する、つまりこの式の右辺第2項である(13.5)式がプラスである、ということは、無限先にキャッシュフローとは別のキャピタルゲインが存在することを意味します。しかし、「無限先にキャッシュフローとは別のキャピタルゲインが存在する」などという想定は、それ自体が合理的でないようにも思えます。しかし、合理的バブルという「合理的」の意味は、投資家が効用最大化あるいは収益最大化を目指して利用可能な情報は全て利用し、収益機会があると分かれば必ずそれを実現するために取引を行う、というだけで、(13.5)式がプラスになるという想定まで排除してはなりません（投資家の合理性については9.4.5節も参照）。

もし「合理性」の意味を厳しくして、(13.5)式がプラスだと考えることも非合理的だと定義するなら、当然「合理的」バブルは存在しません。実際に、分析の関心がバブルに無いようなマクロ経済学のモデルでは、この厳しい意味での合理性（横断面条件と呼ばれます）を最初から仮定し、バブルを排除して分析します。ただし最近の理論研究では、たとえ横断面条件が満たされていたとしても（つまり(13.5)式がゼロのケースでも）金融市場に何らかの問題がある場合にはバブルが発生する可能性があることが明らかになっています。